

MATEMÁTICA 5° BÁSICO

MATERIAL DE APOYO PARA EL DOCENTE PATRONES Y ÁLGEBRA



EDUCACION | FCH
CENTRO DE INNOVACION | FUNDACIÓN CHILE

Material elaborado por: Héctor Muñoz
Adaptación: Equipo de Matemática Programa Mejor Escuela

1. BREVE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

En esta unidad se inicia el trabajo con patrones como una manera de ir desarrollando el pensamiento matemático de modo de poder predecir y fundamentar su razonamiento al momento de resolver problemas.

Los patrones se trabajan partiendo de los más elementales y concretos a los más complejos y simbólicos, entendiendo que lo importante es ir estableciendo relaciones que no siempre son lineales, como 2, 3, 6, 11, 18... cuyo patrón es la suma de los impares consecutivos (+1, +3, +5, +7).

En la segunda parte de esta unidad se inicia el estudio del lenguaje algebraico. Se establecen convenciones básicas relativas al significado del signo “igual”, a la prioridad de las operaciones en expresiones que contienen más de una operación y a la escritura de multiplicaciones en expresiones que utilizan letras para representar cantidades.

Para introducir el empleo de letras, se revisan las propiedades de las operaciones y se discute la posibilidad de utilizar letras para expresar estas propiedades en una forma generalizada.

En un primer acercamiento a la adición y sustracción de términos semejantes se analizan situaciones en que interviene una única letra, como $y + y = 2y$ o $4y - y = 3y$.

También, se presentan ejemplos para determinar del valor numérico de expresiones algebraicas, especialmente en el empleo de fórmulas que permiten calcular el valor de magnitudes en distintos contextos. Se llama la atención, asimismo, a situaciones en que reemplazar determinadas letras por 0 en algunas expresiones puede llevar a resultados fuera del ámbito de los números naturales o a expresiones no definidas.

2. DURACIÓN APROXIMADA

4 semanas.

3. CONTENIDOS

- 3.1. Patrones
- 3.2. Convenciones
- 3.3. Empleo de letras en expresiones matemáticas
- 3.4. La distributividad de la multiplicación con respecto a la adición

4. OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Descubrir alguna regla que explique una sucesión dada y que permita hacer predicciones.

Indicadores:

- Extienden un patrón numérico con y sin materiales concretos, y explican cómo cada elemento difiere de los anteriores.
 - Muestran que una sucesión dada puede tener más de un patrón que la genere. Por ejemplo: la sucesión 2, 4, 6, 8, ... puede tener como patrón los números pares consecutivos, o podría ser continuada como 2, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7, ... y en este caso podría tener un patrón de cuatro números pares consecutivos y cuatro números impares consecutivos.
 - Dan ejemplos de distintos patrones para una sucesión dada y explican la regla de cada uno de ellos.
 - Dan una regla para un patrón en una sucesión y completan los elementos que siguen en ella, usando esa regla.
 - Describen, oralmente o de manera escrita, un patrón dado, usando lenguaje matemático, como uno más, uno menos, cinco más.
 - Describen relaciones en una tabla o un gráfico de manera verbal.
- Resolver problemas, usando ecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones, en forma pictórica y simbólica.

Indicadores:

- Expresan un problema mediante una ecuación donde la incógnita está representada por una letra.
- Crean un problema para una ecuación dada.
- Obtienen ecuaciones de situaciones imaginadas sin resolver la ecuación.
- Resuelven una ecuación simple de primer grado con una incógnita que involucre adiciones y sustracciones.
- Evalúan la solución obtenida de un problema en términos del enunciado del problema.
- Explican estrategias para resolver problemas, utilizando ecuaciones.

5. HABILIDADES

- Formular preguntas y posibles respuestas frente a suposiciones y reglas matemáticas.
- Comprobar reglas y propiedades.
- Traducir expresiones de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.

MATERIAL DE APOYO COMPLEMENTARIO PARA EL DOCENTE

1. *Profundización de contenidos y recomendaciones metodológicas*

1.1. *Los patrones*

La ciencia se construye sobre la búsqueda de regularidades por lo tanto la investigación de regularidades es un contenido transversal a todos los contenidos de la matemática y de las otras disciplinas.

Puedes observar regularidades en las fases de la luna, una sinfonía, los panales de abejas, los cuadrados mágicos, el calendario, etc.

Para el estudio de los patrones consideraremos como definición de patrón la sucesión de signos orales, gráficos, etc., que se construyen siguiendo una regla o algoritmo.

En matemáticas el estudio de patrones que surge de situaciones simples y constituye un fundamento para los conceptos posteriores de funciones, ecuaciones y sucesiones. Desde situaciones muy sencillas los alumnos pueden identificar regularidades, reconocer un mismo patrón bajo diferentes formas y usar patrones para predecir valores.

1.2. *La iniciación al álgebra*

Las tendencias actuales en educación matemática subrayan la importancia de una iniciación temprana del aprendizaje del álgebra, principalmente en lo referente al empleo de letras como una forma de representar cantidades. El empleo de letras resulta especialmente adecuado para generalizar relaciones entre cantidades o para representar cantidades desconocidas.

En 5º año, se propone trabajar principalmente con el uso de letras para representar en forma general propiedades de las operaciones o para expresar fórmulas de cálculo. Se trata de situaciones que son conocidas por los estudiantes y que permiten, en tal sentido, comprender mejor las ventajas de utilizar letras en lugar de números.

A través del uso de letras es posible resumir en un enunciado general un gran número de casos particulares. En muchas situaciones, el número de casos particulares representados puede ser infinito, lo cual hace imposible presentarlos uno a uno. En años anteriores, los estudiantes han superado esta dificultad utilizando enunciados verbales. Por ejemplo, la conmutatividad de la adición puede expresarse verbalmente mediante enunciados del tipo: “en una adición, la suma no varía si se altera el orden de los sumandos”. El uso de letras abre la posibilidad de decir lo mismo en forma mucho más compacta (por ejemplo: $a + b = b + a$).

Otras propiedades de las operaciones son asimismo muy ilustrativas de las ventajas de utilizar letras en enunciados generales. Es el caso de las propiedades del 0 ($a + 0 = a$, $a \cdot 0 = 0$, $0 : a = 0$) o del 1 ($a \cdot 1 = a$, $a : 1 = a$).

Algo similar puede decirse de la distributividad de la multiplicación respecto de la adición y la sustracción. Esta vez, el empleo de expresiones matemáticas literales puede, incluso, profundizar en la comprensión de estas propiedades.

El énfasis debe estar, en este nivel, en desarrollar la capacidad para interpretar este tipo de expresiones literales y en mostrar las ventajas de su utilización. Se trata de una iniciación a un nuevo lenguaje. En tal sentido, debemos centrar nuestra atención, por un lado, en lograr que interpreten lo que se quiere decir con una expresión matemática que utiliza letras, y, por otro, en desarrollar la capacidad para expresarse matemáticamente con ayuda de letras.

7.3 Un importante error conceptual relacionado con el significado del signo igual

Es común que muchos estudiantes consideren el signo “=” como una invitación al cálculo y no como una relación de equivalencia. Así, por ejemplo, interpretan la expresión

$$5 + 8 = x + 3$$

en términos similares a los siguientes: “A 5 se le suma 8 y al resultado se le suma 3”. Por tal

razón, consideran que x debe valer 13 y piensan que la expresión debería completarse así:

$$5 + 8 = x + 3 = 16$$

Como dijimos, este es un error muy común. Es importante, en este sentido, hacer notar desde un comienzo que el signo igual indica que todo lo que está a la izquierda del signo “igual” (en este caso, $5 + 8$) representa la misma cantidad que lo que está a su derecha (en este caso, $x + 3$). Para que ello se cumpla, x debe valer 10.

Gran parte de las dificultades que presentan los estudiantes en sus primeros pasos en el álgebra tienen su origen en este error conceptual.

En el caso de las propiedades de las operaciones, hay que prestar atención a la forma en que los estudiantes interpretan una expresión del tipo $a + b = b + a$. Si conciben el signo igual como invitación al cálculo, pueden llegar a interpretar esta expresión en el sentido que la adición $a + b$ es igual a b y que a este resultado debemos sumar a . Esto no armoniza con sus conocimientos aritméticos y, por lo tanto, para ellos la expresión $a + b = b + a$ carece de sentido.

7.4 Convenciones en relación con las expresiones algebraicas.

Entre las convenciones que rigen en las expresiones algebraicas es importante que los estudiantes asimilen las siguientes:

(I) Representación de la multiplicación y la división.

Por razones prácticas conviene evitar el empleo de una cruz (\times) para indicar multiplicación, ya que puede confundirse fácilmente con la letra x que se suele utilizar para designar una cantidad desconocida. De acuerdo con esto, la multiplicación de dos números se designa por un punto (por ejemplo, $2 \cdot 3$).

Si uno de los factores de la multiplicación es una letra, se puede omitir el punto de

multiplicación. Así, por ejemplo, el producto de a por b puede escribirse como $a \cdot b$ o como ab , y el producto de 2 por x puede escribirse como $2 \cdot x$ o como $2x$.

De acuerdo con la equivalencia que existe entre las fracciones y la operación de división, una división puede expresarse mediante los habituales dos puntos (por ejemplo, $x : 4$) o utilizando la notación de fracciones (por ejemplo, $\frac{x}{4}$). En el lenguaje algebraico se prefiere esta última notación para la división.

(II) Convenciones relativas a la prioridad de las operaciones.

Una expresión que incluye más de una operación debe interpretarse de acuerdo con las siguientes convenciones:

- Potencias y raíces tienen prioridad sobre las demás operaciones.
- Multiplicaciones y divisiones tienen prioridad sobre adiciones y sustracciones.
- Las operaciones que se encuentran encerradas en paréntesis tienen prioridad sobre las que están fuera de los paréntesis.

MATERIAL DE TRABAJO PARA EL AULA

GUÍA Nº 1. SECUENCIAS Y PATRONES

En la Guía nº 1 se trabaja el significado de secuencias y patrón, la expresión oral de las secuencias y como expresarlas en lenguaje matemático

GUÍA Nº 2. CONVENCIONES QUE HAY QUE RESPETAR

En la Guía nº 2 se discute el significado que debe darse al signo "=" en expresiones matemáticas y se presenta y ejemplifica la convención relativa a la prioridad de las operaciones en expresiones que contienen más de una operación.

La guía está dividida en 3 secciones:

1. El significado del signo "igual"
2. Cadenas de igualdades
3. La prioridad de las operaciones

GUÍA Nº 3. EMPLEO DE LETRAS EN EXPRESIONES MATEMÁTICAS

En la Guía nº 3 se analizan ejemplos de uso de letras para expresar propiedades de las operaciones. En especial, se discute el uso de letras para expresar la conmutatividad de la adición y la multiplicación, el comportamiento del 0 y del 1 y la asociatividad de la adición y de la multiplicación.

La guía está dividida en 4 secciones:

1. La conmutatividad de la adición
2. El comportamiento del 0 y del 1
3. La asociatividad de la adición
4. La asociatividad de la multiplicación

GUÍA Nº 4. LA DISTRIBUTIVIDAD DE LA MULTIPLICACIÓN CON RESPECTO A LA ADICIÓN

En la Guía nº 4 se discute la distributividad de la multiplicación con respecto a la adición. Se trata de una propiedad que es algo más compleja que las vistas anteriormente. Se espera que el empleo de letras contribuya a facilitar su adecuada comprensión.

GUÍA Nº 5. MÁS ACERCA DEL EMPLEO DE LETRAS EN EXPRESIONES MATEMÁTICAS

La Guía nº 5 presenta una nueva convención del lenguaje algebraico que se refiere a la forma de escribir una multiplicación. El empleo de letras abre la posibilidad de evitar el empleo del punto de multiplicación o de una x para representar esa operación. De acuerdo con esta convención, las expresiones ab o $3x$ deben entenderse como $a \cdot b$ o $3 \cdot x$, respectivamente. Esta convención no es aplicable para escribir la multiplicación de dos números, ya que eso se prestaría para confusiones.

En este nivel podemos hacer una primera incursión en los procedimientos de adición y sustracción de términos que contienen letras, analizando el caso de adiciones y sustracciones entre términos que constan de una única letra (por ejemplo, $y + y + y$).

Finalmente, se ejercita la determinación del valor numérico de algunas expresiones algebraicas simples.

La guía está dividida en 3 secciones:

1. Cómo escribir una multiplicación
2. Suma de letras
3. El valor numérico de expresiones que contienen letras