

# ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

## Sistemas de inequaciones lineales

educarchile

FCH  
FUNDACIÓN CHILE



Cuarto medio



**Asignatura**  
Matemática



**Materiales**

- Plumones de pizarra.
- 1 copia del anexo “Actividad: Problemas desiguales” por estudiante
- 1 computador y proyector para el docente.



**Tiempo estimado**  
1 clase de 90 min

### OBJETIVO DE APRENDIZAJE

#### Cuarto medio – AE02

Resolver problemas utilizando inequaciones lineales o sistemas de inequaciones lineales.

### INDICACIONES AL DOCENTE

La presente actividad está pensada para ser utilizada en la tercera semana en la que se aborde el AE02, cuando los estudiantes deban resolver problemas cotidianos y de la vida real que involucran sistemas de inequaciones. Para abarcar la diversidad de problemas que pueden ser resueltos con sistemas de inequaciones lineales con una incógnita y desarrollar las habilidades comunicativas de los estudiantes, es que se propone crear una tanda de exposiciones breves, donde los estudiantes expliquen a sus propios compañeros, el planteamiento y resolución de este tipo de problemas.

Para la actividad planteada en este recurso de planificación, es ideal que en clases anteriores los estudiantes hayan planteado y resuelto problemas que inequaciones lineales con una incógnita y sepan determinar la intersección entre intervalos de números reales.

### HABILIDADES PARA EL SIGLO XXI

- Fomentando el pensamiento crítico.
- Estimulando la colaboración.
- Expandiendo la comunicación.



## ESTRUCTURA DE CLASES

### 1. INICIO

El docente saluda a las y los estudiantes y propone el siguiente problema: “Patricia desea postular a un subsidio para obtener su vivienda propia. Ha estado averiguando por internet y supo que debía juntar algunos documentos, además del equivalente a 3 de sus sueldos líquidos más \$20.000 en gastos notariales, suma que no puede exceder a \$1.130.000 para acceder al subsidio **¿Cuál es el sueldo máximo que debe tener Patricia para postular al subsidio?**” Los estudiantes plantean en conjunto la inecuación que modela el problema y la resuelven. Se espera que identifiquen que  $x$  representa el sueldo y sigan un desarrollo similar al siguiente:

$$\begin{aligned} 3x + 20.000 &\leq 1.130.000 \\ 3x &\leq 1.130.000 - 20.000 \\ 3x &\leq 1.110.000 \\ x &\leq \frac{1.110.000}{3} \\ \boxed{x &\leq 370.000} \end{aligned}$$

Los estudiantes interpretan que el sueldo líquido máximo que debe percibir Patricia para postular al subsidio es de \$370.000. A través de esta interpretación, es que el docente continúa describiendo la situación hipotética: “Patricia gana \$300.000 líquidos, por lo que pensando que no tendrá problemas, va a la oficina del SERVIU, y cuando la atienden el funcionario le explica que además de la restricción ya mencionada con respecto a su sueldo, debía cumplir que el 15% de su remuneración líquida mensual no sea menor que \$48.000. **¿Entre qué valores debería ubicarse el sueldo líquido de Patricia, para poder postular al subsidio? A pesar de esta nueva restricción ¿Patricia puede postular?**”

Los estudiantes plantean y resuelven la inecuación que se desprende de la segunda pregunta, siguiendo el mismo procedimiento anterior:

$$\begin{aligned} 0,15 \cdot x &\geq 48.000 \\ x &\geq \frac{48.000}{0,15} \\ \boxed{x &\geq 320.000} \end{aligned}$$

Así, para que Patricia pueda postular al subsidio, su sueldo líquido debe ser igual o superior a \$320.000 y no mayor que \$370.000, por lo que Patricia ya no podría postular a ese subsidio, ya que gana \$300.000 líquidos al mes.

## 2. DESARROLLO

El docente aclara que lo que acaban de resolver es un sistema de inecuaciones lineales con una incógnita, y en seguida pregunta **¿Cómo lo definiríamos?** Se espera que los estudiantes den algunas ideas que se aproximen, y que luego de varios aportes, y en conjunto, acuerden una definición similar a la siguiente:

**“Un sistema de inecuaciones con una incógnita, es un conjunto de dos o más inecuaciones con una incógnita que deben cumplirse simultáneamente, por lo que el conjunto solución del sistema, corresponde a la intersección entre los conjuntos solución de las inecuaciones por separado”.**

En el caso de Patricia y el subsidio, obtuvimos que:  $x \geq 320.000$  y  $x \leq 370.000$ , desigualdades que, al ser graficadas sobre la misma recta real, se obtiene:



Luego, la intersección entre los intervalos  $[320.000, +\infty[$  y  $] -\infty, 370.000]$  es  $[320.000, 370.000]$ , que corresponde al intervalo encontrado antes de la definición. Se sugiere preguntar en este momento: **¿Los sistemas de inecuaciones siempre tienen solución? Cuándo tienen solución ¿siempre es un intervalo acotado? ¿Qué casos existen para la solución de sistemas de inecuaciones con una incógnita?**

Para que los estudiantes ejerciten y logren entre todos identificar los casos, el docente les pide que se reúnan parejas y en conjunto elijan, planteen y resuelvan uno de los problemas que aparece en el anexo: **“Listado de ejercicios, actividad: Problemas desiguales”**. En este momento el docente reparte una copia por cada dos estudiantes, del anexo: **“Actividad: Problemas desiguales”**

Una vez que todas las parejas de trabajo han seleccionado al azar el ejercicio que realizarán, y recibido el instrumento con las indicaciones para realizarlo, el docente sortea el orden de presentación. Posteriormente, se sugiere tomar un rol de guía y supervisor del trabajo de los alumnos, paseándose por la sala y resolviendo posibles dudas que les pudieran surgir.

Cuando hayan transcurrido 25 minutos de trabajo de los estudiantes, el profesor detiene esta actividad, dando por terminada la etapa de trabajo en parejas y pidiendo a los alumnos que pasen a exponer el problema que resolvieron, en el orden acordado anteriormente.

Durante las exposiciones es importante tener en cuenta que esta actividad es de carácter formativa, por lo que la retroalimentación que usted haga a sus estudiantes es de vital importancia, para que ellos puedan lograr un aprendizaje significativo de la habilidad de resolver sistemas de inecuaciones con una incógnita. Cuando cada grupo termina de exponer, toma el cartel de su sistema de inecuaciones y lo pega correspondientemente en la cartulina destinada para el tipo de solución que tiene dicho sistema, de forma que, al terminar todos los equipos, se tendrán clasificados los sistemas resueltos por los estudiantes según el tipo de solución que tiene.

Al terminar las presentaciones, se recomienda guiar una síntesis respecto a los tipos de solución que tienen los sistemas de inecuaciones con una incógnita. Posteriormente el docente se dispone a iniciar el cierre de la clase.

### 3. CIERRE

Para cerrar la clase se sugiere que, en conjunto de sus estudiantes, definan una lista de pasos a seguir para solucionar problemas que involucran sistemas de inecuaciones con una incógnita. Se espera que esta lista sea similar a la siguiente:

#### ¿Cómo resolver sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita?

- 1) Leer con atención la situación descrita y destacar información importante para resolver el problema.
- 2) Plantear las inecuaciones, identificando a las desigualdades con palabras clave como "máximo" ( $\leq$ ), "mínimo" ( $\geq$ ) "más de" ( $>$ ), "menos de" ( $<$ ) y relacionando conectores con operaciones matemáticas.
- 3) Resolver cada inecuación por separado y expresar la solución de cada una, en forma de desigualdad.
- 4) Representar gráficamente sobre una misma recta numérica los conjuntos solución de las inecuaciones.
- 5) Buscar la intersección entre los conjuntos solución de las inecuaciones, la que corresponde a la solución del sistema. Si los conjuntos no tienen puntos en común, se dice que la solución es vacía ( $\emptyset$ ), es decir, ningún número real satisface a ambas inecuaciones simultáneamente.
- 6) Escribir con notación de intervalo el conjunto solución del sistema, si es posible.



## EVALUACIÓN Y SUGERENCIAS

### INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Para evaluar si los estudiantes se apropiaron de los conocimientos, habilidades y actitudes durante la clase, se recomienda observar si llevan a cabo las siguientes acciones:

- Plantean y resuelven las inecuaciones lineales que modelan el fenómeno involucrado en un problema.
- Representan gráficamente el conjunto solución de un sistema de inecuaciones lineales.
- Comunican soluciones a problemas relativos a inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.
- Desarrollan el interés por conocer la realidad y utilizar el conocimiento.
- Trabajan colaborativamente en la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.

### SUGERENCIAS DE USO

- Se sugiere que este recurso de planificación se utilice en la Unidad de aprendizaje N°1, en la tercera semana en la que se aborde el AE02, *Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales*. En este caso, la actividad planteada permite que los estudiantes planteen, resuelvan y representen un sistema de inecuaciones con una incógnita para resolver un problema de la vida real, el cual además explicarán frente al curso.
- Recuerde que resolver problemas es una habilidad de aplicación que requiere que el estudiante plantee objetos matemáticos pertinentes, los represente y aplique teoremas o proposiciones que permitan determinar la solución a dicho problema. Además, en la actividad los estudiantes desarrollan la habilidad de comunicar la toma de decisiones y/o soluciones de problemas a sus pares, argumentando correctamente sus conjeturas y resultados. Esta es una habilidad de síntesis que requiere que el estudiante comprenda completamente la resolución del problema.
- Para la exposición, además de repartir los problemas de forma aleatoria, puede distribuir los temas según el tipo de solución que presenta cada uno. Todos los de un mismo tipo juntos, si piensa que fácilmente sus estudiantes lograrán exponer todos durante el bloque de clases. En caso contrario puede intercalar tipos de solución para tener una variedad más amplia de estas durante la clase y así asegurarse que se notarán los tres tipos de solución durante la clase destinada originalmente para la actividad.



## Anexos

### Listado de ejercicios, Actividad: "Problemas desiguales"

- 1) Si hace 5 años la edad de Matilde no superaba los 17 años y en 5 años más su edad será mayor a los 25 años, ¿En que rango de edad se encuentra Matilde?
- 2) Se desea cercar un jardín rectangular cuyo perímetro sea menor a 120 cm, pero no menor que 90 cm. Si el largo es el doble del ancho, ¿entre qué valores, en cm, variará el ancho  $k$ ?
- 3) La acidez del agua en una piscina es considerada normal si el promedio de cuatro mediciones de pH está entre 7,2 y 7,8, ambos valores incluidos. Si las primeras tres primeras lecturas fueron 7,4, 7,9 y 8,0. ¿Qué valores posibles de la tercera medición indicarían que el agua tiene acidez normal?
- 4) Si se tiene que el doble de un número natural menos doce es positivo, y por otra parte si le restamos el mismo número a 1, el resultado es a lo menos cuatro.
- 5) Una antigua leyenda, dice que la edad óptima para el matrimonio es cuando la edad de la novia no ha superado a la mitad, más 7 años, de la edad del novio. Un joven tiene 8 años más que su prometida ¿Cuál es la edad máxima a la que esta pareja debe casarse para cumplir con la edad óptima de la leyenda?
- 6) El índice de masa corporal (IMC) es un indicador que asocia la masa y la estatura de una persona y se utiliza para identificar el bajo peso, peso normal, sobrepeso y obesidad en los adultos. Para calcular el IMC de una persona se debe dividir su masa en Kg por el cuadrado de su estatura en metros. Además, diversos estudios han concluido que una persona tiene un peso normal si su IMC se encuentra entre 20 y 25  $\left(\frac{Kg}{m^2}\right)$ . Si Bruno mide 1,82 m ¿Cuál debería ser su masa corporal para que se encuentre en peso normal?
- 7) La función de una película recaudó más de \$ 508.500. Si fue exhibida en una sala con capacidad para 150 personas y el precio de la entrada era de \$ 4.500, ¿cuántos espectadores asistieron?
- 8) La suma de tres números pares consecutivos es mayor que 72 y menor o igual que 84 ¿Cuáles son todos los posibles valores para el número central?
- 9) Un caracol se desplaza a una rapidez comprendida entre 3 m/h y 5m/h. Determina entre qué valores se encuentra la distancia recorrida por el caracol al cabo de 5 horas.
- 10) La base de un triángulo isósceles mide 14 cm ¿Qué longitudes pueden tener los otros dos lados si el perímetro del triángulo debe ser superior a 26 cm, e inferior a 50 cm.
- 11) A las cuatro de la tarde parte un tren que debe recorrer una distancia total de 90 Km. Si la rapidez media de dicho tren no excede los 90 Km/h y no disminuye de los 60 Km/h, ¿Entre cuántas horas el tren llegará a su destino?

- 12) El 35% de las ventas de un almacén durante un día supera los \$420.000, mientras que el total de ventas del mismo día, menos los \$100.000 que se le paga diario al personal que lo atiende, supera los \$950.000. ¿Cuánto fue como mínimo el total de las ventas ese día en el almacén?
- 13) Natalia quiere ir al cine con sus amigas y juntaron \$ 22.000. Al llegar a la boletaría, se da cuenta de que si compra entradas 2D a \$ 3.000 le sobraré dinero, y si compra entradas 3D a \$ 3.500, en oferta, le faltará dinero. ¿Cuántas amigas van con Natalia?
- 14) Si una persona bebe  $m$  gramos de alcohol entonces su sangre contendrá  $\frac{m}{0,7} \cdot p$  gramos de alcohol, donde  $p$  es la masa de la persona medida en Kg. ¿Entre qué cantidades de alcohol puede tener un conductor de 90 Kg de masa, para estar bajo las influencias del alcohol? Según la Ley de Tolerancia Cero (Ley Emilia), se define a este estado, cuando la concentración de alcohol en la sangre no sea inferior a 0,3 g/l y sea menor que 0,8 g/l.
- 15) La distancia que recorre un automóvil que se mueve con velocidad constante en línea recta, se puede calcular con la expresión  $d=vt$ , donde  $d$  es la distancia recorrida en metros,  $v$  la rapidez en m/s y  $t$  el tiempo transcurrido en segundos. ¿Entre qué rapidez debe ir el automóvil si quiere recorrer un trayecto de 2500 m en un rango de tiempo entre 2 y 3 minutos?
- 16) El cateto menor de un triángulo rectángulo mide 30 cm y el cateto mayor está comprendido entre 40 cm y 60 cm ¿Cuál es el menor valor que puede adoptar su hipotenusa? ¿Y el mayor valor?
- 17) ¿Cuántos números naturales hay tales que la suma de dicho número con su mitad sea mayor que su doble disminuido en 1 y que el doble de dicho número sea mayor que 9?
- 18) Un músico puede gastar entre \$190.000 y \$210.000 en un equipo de música y algunos CD. ¿Si el equipo cuesta \$170.000 y los CD \$8.000 cada uno, encuentra la cantidad mínima y máxima de CD que puede comprar?
- 19) La dureza (D) del agua depende su concentración expresada en mg/L de calcio (Ca) y Magnesio (Mg), y está dada por la expresión:

$$D = 100 \cdot \left( \frac{Ca}{40,1} + \frac{Mg}{24,3} \right)$$

- 20) ¿Cuál es la mayor concentración de calcio que debe tener el agua para que su dureza sea menor que 60 y mayor o igual que 17 si se tiene una concentración de Magnesio 2 mg/L?
- 21) La edad de Manuel en quince años más, no supera los 40 años; y además el doble de la edad de Manuel menos 10 años es a lo más 8 ¿Cuántos años tiene Manuel como máximo?

## Actividad: "Problemas desiguales"

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Curso:** 4° Medio \_\_\_\_

**AE 02** Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.

### Indicadores de evaluación:

- Plantean y resuelven las inecuaciones lineales que modelan el fenómeno involucrado en un problema.
- Representan gráficamente el conjunto solución de un sistema de inecuaciones lineales.
- Comunican soluciones a problemas relativos a inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.

La presente actividad tiene por objetivo que los estudiantes resuelvan de forma manual y discutiendo en parejas de trabajo, problemas que involucran los sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita. Una vez que los estudiantes resuelven la pregunta encomendada por el docente, los estudiantes comunican sus respuestas para el problema, argumentando debidamente el desarrollo y los teoremas utilizados.

### Instrucciones:

- 1) Lean atentamente el problema y determinen la información relevante para plantear en el problema como un sistema de inecuaciones.
- 2) Reescriban en una hoja de block cuadrículado, el enunciado del problema y bajo el, planteen las inecuaciones (o ecuaciones en algunos casos) involucradas en la resolución del problema.
- 3) Resuelvan el sistema de inecuaciones lineales, aplicando el procedimiento aprendido durante la clase, mostrando el conjunto solución de cada una de las inecuaciones sobre rectas numéricas diferentes.
- 4) Intercepten los conjuntos solución encontrados en el punto anterior, sobre una misma recta real, para encontrar la solución del sistema de inecuaciones.
- 5) En la misma hoja cuadrículada que están trabajando, representen el conjunto solución del sistema de inecuaciones, de forma conjuntista, notación de intervalo, gráfica y en forma de desigualdad/es.
- 6) Contesten a la pregunta que trae la situación, interpretando el resultado obtenido en el contexto del ejercicio, y con las unidades correspondientes.
- 7) Por último, antes de exponer cree un cartel escribiendo el sistema de inecuaciones que se desprende de la situación que sortearon como pareja de trabajo. Este cartel deben pegarlo al final de su exposición sobre la cartulina que corresponda al tipo de solución que tenga el sistema de inecuaciones.



- 8) Expongan su desarrollo de la forma más precisa y clara posible, evitando saltarse pasos de resolución y poniendo énfasis en el significado que tiene el resultado de su sistema de inequaciones en el contexto del problema.

### Actividad: "Problemas desiguales" (RESPUESTAS)

PREGUNTA	INTERVALO OBTENIDO	RESPUESTA
1	$20 < m \leq 22$	La edad actual de Matilde supera los 20 años, pero no sobrepasa los 22.
2	$15 \leq k < 20$	El ancho del jardín variará entre 15 y menos de 20 cm
3	$5,5 \leq x < 7,9$	La última medición del pH del agua de la piscina debería estar entre 5,5 y 7,9 para que se considere que su acidez es normal.
4	$\emptyset$	Ningún número natural cumple con las condiciones.
5	$no \leq 30; na \leq 22$	La máxima edad a la que podrán casarse para cumplir con la antigua leyenda es a los 22 años de la novia y 30 años del novio.
6	$66,248 \leq m \leq 82,81$	La masa del joven está entre 62,25 Kg Y 82,81 Kg.
7	$113 \leq x \leq 150$	En la función hay entre 113 y 150 espectadores.
8	$11 < n \leq 13$	El número centra puede ser 26 ó 28.
9	$15 < d < 25$	El caracol recorrió entre 15 m y 25 m.
10	$6 < x < 18$	El lado igual del triángulo fluctúa entre 6 cm y 18 cm
11	$1 \leq t < 1,5$	El tren llegará entre las 17:00 y 17:30 hrs.
12	$x > 1.200.000$	Ese día el almacén vendió como mínimo \$1.200.000
13	$6,28 < d < 7, \bar{3}$	Natalia fue con 6 amigas al cine.
14	$0,002\bar{3} \leq m < 0,006\bar{2}$	El conductor tiene entre $0,002\bar{3}$ y $0,006\bar{2}$ gramos de alcohol en la sangre.
15	$833, \bar{3} \leq v \leq 1250$	La velocidad del automóvil fluctúa entre los 50 Km/h y los 75 Km/h
16	$50 \leq h \leq 30\sqrt{5}$	El menor valor que puede tomar la hipotenusa es 50 cm, mientras que el mayor valor es $30\sqrt{5}$ cm
17	$\emptyset$	Ningún número natural cumple con las condiciones.
18	$3 \leq x \leq 5$	El músico puede comprarse entre 3 y 5 CD's
19	$2,77 \leq x \leq 21,22$	La mayor concentración de calcio posible es de 21,22 mg/L para que la dureza del agua se menor que
20	$m \leq 9$	La edad máxima de Manuel es de 9 años.